

Базилевский М. П.
M. P. Bazilevskiy

**СТАТИСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ИНДЕКСА ПОТРЕБИТЕЛЬСКИХ ЦЕН
ПО ДАННЫМ СУБЪЕКТОВ СИБИРСКОГО ФЕДЕРАЛЬНОГО ОКРУГА С ПОМОЩЬЮ
МОДУЛЬНЫХ РЕГРЕССИОННЫХ МОДЕЛЕЙ**

**STATISTICAL MODELING OF THE CONSUMER PRICE INDEX ACCORDING
TO THE SUBJECTS OF THE SIBERIAN FEDERAL DISTRICT USING MODULAR
REGRESSION MODELS**

Базилевский Михаил Павлович – кандидат технических наук, доцент кафедры «Математика» Иркутского государственного университета путей сообщения (Россия, Иркутск). E-mail: mik2178@yandex.ru.

Mikhail P. Bazilevskiy – PhD in Engineering, Associate Professor, Department of Mathematics, Irkutsk State Transport University (Russia, Irkutsk). E-mail: mik2178@yandex.ru.

Аннотация. Статья посвящена экспериментальному исследованию предложенной ранее новой спецификации регрессионных моделей – модульной регрессии. Рассмотрен алгоритм её численного оценивания с помощью метода наименьших квадратов. Достоинство модульной регрессии в том, что при оценивании качество её аппроксимации никогда не хуже, чем качество линейной регрессии. На примере моделирования индекса потребительских цен по субъектам Сибирского федерального округа проведён сравнительный анализ характеристик оцененных линейных и модульных регрессий. Ни одна модульная регрессия ни по одной из рассмотренных характеристик не оказалась хуже соответствующей линейной регрессии. Показано, каким образом можно интерпретировать модульные регрессии. Результаты проведённых исследований могут быть использованы для повышения точности существующих математических моделей из различных отраслей наук, в частности, технических.

Summary. This article is devoted to an experimental study of the previously proposed new specification of regression models - modular regression. An algorithm for its numerical estimation using the ordinary least squares method is considered. The advantage of modular regression is that when estimating, the quality of its approximation is never worse than the quality of linear regression. Using the example of modeling the consumer price index for the subjects of the Siberian Federal District, a comparative analysis of the characteristics of the estimated linear and modular regressions was carried out. Not a single modular regression for any of the characteristics considered was worse than the corresponding linear regression. It is shown how modular regressions can be interpreted. The results of the research can be used to improve the accuracy of existing mathematical models from various branches of science, in particular engineering.

Ключевые слова: линейная регрессия, модульная регрессия, метод наименьших квадратов, коэффициент детерминации, t-критерий Стьюдента, индекс потребительских цен.

Key words: linear regression, modular regression, ordinary least squares, coefficient of determination, Student's t-test, consumer price index.

УДК 519.862.6

Введение. Актуальной в настоящее время является проблема обработки статистических данных [1; 2], накопленных в самых разных сферах человеческой деятельности. К одному из эффективных способов обработки данных относится регрессионный анализ [3; 4], применение которого приводит к построению регрессионной модели, т. е. уравнения, математически связывающего объясняемую и одну или несколько объясняющих переменных. С помощью регрессионной модели можно получать прогнозные значения [5] объясняемой переменной или можно использовать её для интерпретации [6], например для объяснения характера и степени влияния объясняющих переменных на выходной показатель.

Арсенал регрессионного анализа располагает множеством различных математических форм связи между моделируемыми переменными. Бесспорно, самой известной из них формой считается модель множественной линейной регрессии [3], которая весьма эффективно оценивается с помощью метода наименьших квадратов (МНК). Более сложной формой считаются квазилинейные регрессии, которые линейны по неизвестным параметрам и поэтому также могут оцениваться с помощью МНК. При этом их качество аппроксимации справедливо в целом выше, чем у линейных регрессий. Качественный обзор существующих спецификаций регрессионных моделей можно найти в [7]. Самой сложной формой принято считать полностью нелинейные регрессии, для которых обычный МНК неприменим. Среди них хотелось бы выделить неэлементарные линейные регрессии [8; 9], представляющие собой синтез линейной конструкции с добавлением бинарных операций \min и \max для всех возможных пар объясняющих переменных. Данная статья посвящена исследованию модульных линейных регрессий [10; 11], для оценивания которых с помощью МНК и метода наименьших модулей разработана программа МОДУЛИР-1. Широкомасштабных испытаний этой программы на практике до текущего момента времени не проводилось.

Как отмечено в [12], задача построения качественных прогнозов инфляции чрезвычайно важна для Центрального банка. Решению этой задачи посвящено много научных статей. Так, в [12] апробирована модель прогнозирования месячной российской инфляции по номинальному обменному курсу, ставке МІАСР и ценам на нефть, в [13] описывается метод комбинирования прогнозов, полученных по нескольким эконометрическим моделям, для индекса потребительских цен (ИПЦ). В [14] для прогнозирования инфляции применены нейронные сети, в [15] строится прогноз методом динамического усреднения моделей, в [16] прогнозирование осуществляется с помощью TVP-модели с байесовским сжатием параметров, в [17] на основе статистики запросов в Google Trends для прогнозирования построена модель, учитывающая психологические аспекты экономического поведения населения.

Цель настоящей работы состоит в проведении сравнительного анализа качества аппроксимации модульных и традиционных линейных регрессий на примере моделирования ИПЦ по статистическим данным субъектов Сибирского федерального округа.

Постановка задачи. Модель множественной модульной линейной регрессии [11] имеет вид

$$y_i = \alpha_0 + \sum_{j=1}^l \alpha_j \cdot |x_{ij} - \lambda_j| + \varepsilon_i, \quad i = \overline{1, n}, \quad (1)$$

где n – объём выборки; l – число объясняющих переменных; y_i – i -е значение объясняемой переменной y ; x_{ij} – i -е значение j -й объясняющей переменной x_j ; $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_l, \lambda_1, \dots, \lambda_l$ – неизвестные параметры; ε_i – i -я ошибка аппроксимации.

Если $\lambda_j \in (-\infty, x_{\min}^j] \cup [x_{\max}^j, \infty)$, $j = \overline{1, l}$, где x_{\min}^j, x_{\max}^j – соответственно минимальное и максимальное значения j -й объясняющей переменной, то коэффициенты корреляции между переменными y и $|x_j - \lambda_j|$ по абсолютной величине будут точно такими же, что и между переменными y и x_j . Поэтому в такой ситуации для любых значений объясняющих переменных оценивание модульной регрессии эквивалентно оцениванию классической линейной регрессии. Из этого следует, что при оценивании модульной регрессии любым методом качество её аппроксимации всегда не хуже, чем качество аппроксимации линейной регрессии.

К сожалению, модульная регрессия (1) относится к нелинейным по параметрам моделям, поэтому оценивать её необходимо численно. Алгоритм её численного оценивания с помощью МНК описан в [11]. Он состоит из четырёх шагов:

Шаг 1. Найти области возможных оценок параметров $\lambda_j \in [x_{\min}^j, x_{\max}^j]$, $j = \overline{1, l}$.

Шаг 2. Выбрать на каждом отрезке $[x_{\min}^j, x_{\max}^j]$ равномерным образом p точек.

Шаг 3. Перебирая точки с отрезков, оценить с помощью МНК методом «всех возможных регрессий» [18] $(p+2)^l$ линейных по параметрам регрессий.

Шаг 4. Выбрать модель с минимальной величиной суммы квадратов остатков.

Полученные с помощью этого алгоритма МНК-оценки не являются оптимальными с точки зрения минимизации суммы квадратов ошибок. Но они будут близки к оптимальным при выборе очень большого числа точек p . При этом, естественно, будет возрастать вычислительная сложность задачи.

Приведённый алгоритм был ранее реализован в программном комплексе оценивания модульных линейных регрессий (ПК МОДУЛИР-1). Особенность программы в том, что она позволяет в процессе реализации метода «всех возможных регрессий» исключать линейные модели с хотя бы одним незначимым по t-критерию Стьюдента коэффициентом. В результате на выходе строится модульная регрессия абсолютно со всеми значимыми оценками при модулях. Однако такой регрессии в зависимости от выбранного критического значения t-критерия Стьюдента может вовсе не быть.

Была поставлена задача с помощью ПК МОДУЛИР-1 по статистическим данным субъектов Сибирского федерального округа построить модульные линейные регрессии зависимости ИПЦ от других индексных показателей. Особенность регрессионного моделирования в такой ситуации в том, что все переменные имеют примерно одинаковую дисперсию, поэтому для них лишь в редких случаях удаётся построить регрессию высокого качества. В этой связи особенно интересно посмотреть, как с задачей справятся модульные регрессии.

Для моделирования были использованы годовые временные ряды с сайта Федеральной службы государственной статистики (<https://rosstat.gov.ru/>) за период с 2000 по 2022 годы по следующим переменным:

y – индекс потребительских цен (декабрь к декабрю предыдущего года, %);

x_1 – индекс цен производителей на строительную продукцию (декабрь к декабрю предыдущего года, %);

x_2 – индекс цен производителей сельскохозяйственной продукции (в процентах к предыдущему году);

x_3 – индекс цен приобретения промышленных товаров и услуг (в процентах к предыдущему году);

x_4 – индекс тарифов на грузовые перевозки (декабрь к декабрю предыдущего года, %).

Сначала для каждого субъекта с помощью МНК оценивалась линейная регрессия, затем – модульная. При оценивании модульных регрессий в ПК МОДУЛИР-1 число разбиений интервалов p выбиралось равным 10, а ограничение на значимость коэффициентов по t-критерию Стьюдента не ставилось. В результате для построения каждой модульной регрессии потребовалось методом «всех возможных регрессий» оценить $12^4 = 20736$ линейных моделей. Для представленного объёма выборки эти задачи решаются за считанные секунды.

Результаты моделирования. В результате МНК-оценивания были получены следующие регрессионные модели.

Республика Алтай:

Линейная регрессия:

$$\tilde{y} = 54,62 + 0,118x_1 + 0,023x_2 + 0,201x_3 + 0,163x_4.$$

(1,302) (0,175) (1,526) (1,247)

Модульная регрессия:

$$\tilde{y} = 110,041 - 0,063 \cdot |x_1 - 96,591| - 0,688 \cdot |x_2 - 115,464| + 0,274 \cdot |x_3 - 95,9| + 0,288 \cdot |x_4 - 103,518|.$$

(-0,712) (-3,796) (2,964) (2,871)

Во всех уравнениях в скобках под коэффициентами указаны наблюдаемые значения t-критериев Стьюдента.

Республика Тыва:

Линейная регрессия:

$$\tilde{y} = 66,963 - 0,012 x_1 + 0,329 x_2 + 0,066 x_3 - 0,003 x_4 .$$

(-0,109) (3,888) (1,17) (-0,042)

Модульная регрессия:

$$\tilde{y} = 118,08 + 0,494 \cdot |x_1 - 110,336| - 0,412 \cdot |x_2 - 131,709| - 0,202 \cdot |x_3 - 126,954| + 0,103 \cdot |x_4 - 121,273| .$$

(4,984) (-6,639) (-3,209) (1,338)

Республика Хакасия:

Линейная регрессия:

$$\tilde{y} = 79,873 + 0,044 x_1 - 0,028 x_2 + 0,114 x_3 + 0,134 x_4 .$$

(0,619) (-0,255) (1,185) (3,061)

Модульная регрессия:

$$\tilde{y} = 118,11 + 0,086 \cdot |x_1 - 104,064| - 0,114 \cdot |x_2 - 100,354| + 0,199 \cdot |x_3 - 101,218| - 0,175 \cdot |x_4 - 170,791| .$$

(0,966) (-0,869) (2,265) (-3,226)

Алтайский край:

Линейная регрессия:

$$\tilde{y} = 73,903 + 0,027 x_1 + 0,009 x_2 + 0,248 x_3 + 0,036 x_4 .$$

(0,211) (0,121) (2,659) (0,445)

Модульная регрессия:

$$\tilde{y} = 115,197 + 0,218 \cdot |x_1 - 95,882| - 0,107 \cdot |x_2 - 106,154| - 0,437 \cdot |x_3 - 138,282| + 0,385 \cdot |x_4 - 111,191| .$$

(2,865) (-1,952) (-6,395) (6,149)

Красноярский край:

Линейная регрессия:

$$\tilde{y} = 71,498 - 0,007 x_1 - 0,009 x_2 - 0,085 x_3 + 0,434 x_4 .$$

(-0,097) (-0,133) (-0,884) (7,41)

Модульная регрессия:

$$\tilde{y} = 120,062 + 0,14 \cdot |x_1 - 96,1| - 0,062 \cdot |x_2 - 138,582| + 0,226 \cdot |x_3 - 146,91| - 0,627 \cdot |x_4 - 141,9| .$$

(2,722) (-1,046) (2,466) (-9,06)

Иркутская область:

Линейная регрессия:

$$\tilde{y} = 52,58 + 0,141 x_1 - 0,021 x_2 + 0,206 x_3 + 0,185 x_4 .$$

(2,147) (-0,227) (2,244) (2,321)

Модульная регрессия:

$$\tilde{y} = 111,821 + 0,159 \cdot |x_1 - 101,3| + 0,127 \cdot |x_2 - 120,536| - 0,263 \cdot |x_3 - 137,954| + 0,192 \cdot |x_4 - 104,4| .$$

(2,417) (1,078) (-2,656) (2,583)

Кемеровская область:

Линейная регрессия:

$$\tilde{y} = 77,023 - 0,139 x_1 + 0,248 x_2 + 0,059 x_3 + 0,127 x_4 .$$

(-1,34) (2,247) (0,707) (1,257)

Модульная регрессия:

$$\tilde{y} = 106,685 - 0,166 \cdot |x_1 - 94,445| + 0,27 \cdot |x_2 - 95,8| + 0,07 \cdot |x_3 - 108,154| + 0,177 \cdot |x_4 - 105,654| .$$

(-1,363) (2,887) (0,872) (1,396)

Новосибирская область:

Линейная регрессия:

$$\tilde{y} = 72,958 + 0,032 x_1 + 0,021 x_2 + 0,074 x_3 + 0,193 x_4.$$

(0,387) (0,244) (0,589) (2,418)

Модульная регрессия:

$$\tilde{y} = 105,742 + 0,035 \cdot |x_1 - 99,836| + 0,137 \cdot |x_2 - 102,1| - 0,167 \cdot |x_3 - 116,082| + 0,247 \cdot |x_4 - 100,3|.$$

(0,378) (1,823) (-1,734) (4,442)

Омская область:

Линейная регрессия:

$$\tilde{y} = 63,197 + 0,082 x_1 + 0,043 x_2 + 0,182 x_3 + 0,104 x_4.$$

(0,848) (0,544) (2,022) (3,005)

Модульная регрессия:

$$\tilde{y} = 121,583 + 0,135 \cdot |x_1 - 106,718| - 0,188 \cdot |x_2 - 111,809| + 0,237 \cdot |x_3 - 99| - 0,256 \cdot |x_4 - 167,136|.$$

(1,177) (-1,865) (4,192) (-3,779)

Томская область:

Линейная регрессия:

$$\tilde{y} = 64,964 + 0,034 x_1 + 0,106 x_2 + 0,185 x_3 + 0,077 x_4.$$

(0,316) (0,647) (1,146) (2,428)

Модульная регрессия:

$$\tilde{y} = 106,377 - 0,403 \cdot |x_1 - 113,154| + 0,2 \cdot |x_2 - 101,918| + 0,253 \cdot |x_3 - 99,9| + 0,097 \cdot |x_4 - 93,773|.$$

(-2,493) (1,079) (1,593) (2,691)

Сибирский федеральный округ:

Линейная регрессия:

$$\tilde{y} = 67,52 + 0,031 x_1 + 0,015 x_2 - 0,039 x_3 + 0,268 x_4.$$

(0,275) (1,165) (-0,294) (3,606)

Модульная регрессия:

$$\tilde{y} = 80,082 + 0,415 \cdot |x_1 - 110,718| + 0,24 \cdot x_2 - 0,431 \cdot |x_3 - 109,018| + 0,388 \cdot |x_4 - 105,418|. \quad (2)$$

(2,338) (3,75) (-3,213) (6,374)

Характеристики всех оцененных с помощью МНК линейных и модульных регрессий представлены в табл. 1.

В табл. 1:

R_1 – коэффициент детерминации R^2 линейной регрессии;

R_2 – коэффициент детерминации модульной регрессии;

$R_{\text{абс}}$ – абсолютный прирост ($R_2 - R_1$);

$R_{\text{отн}}$ – относительный прирост ($100 \cdot (R_2/R_1) - 100$) в процентах;

T_1 – число значимых по t-критерию Стьюдента регрессоров в линейной регрессии для уровня значимости $\alpha = 0,05$;

T_2 – число значимых по t-критерию Стьюдента регрессоров в модульной регрессии для уровня значимости $\alpha = 0,05$;

Q_1 – сумма модулей наблюдаемых значений t-критерия Стьюдента в линейной регрессии;

Q_2 – сумма модулей наблюдаемых значений t-критерия Стьюдента в модульной регрессии;

$Q_{\text{абс}}$ – абсолютный прирост ($Q_2 - Q_1$);

$Q_{\text{отн}}$ – относительный прирост ($100 \cdot (Q_2/Q_1) - 100$) в процентах.

Таблица 1

Характеристики линейных и модульных регрессий

СФО и его субъекты	R_1	R_2	$R_{абс}$	$R_{отн}$	T_1	T_2	Q_1	Q_2	$Q_{абс}$	$Q_{отн}$
Республика Алтай	0,471	0,716	0,24	51,92	0	3	4,25	10,343	6,09	143,36
Республика Тыва	0,690	0,842	0,15	22,04	1	3	5,209	16,17	10,96	210,42
Республика Хакасия	0,694	0,739	0,04	6,48	1	2	5,12	7,436	2,32	45,23
Алтайский край	0,625	0,860	0,24	37,65	1	3	3,436	17,361	13,93	405,27
Красноярский край	0,848	0,887	0,04	4,67	1	3	8,524	15,294	6,77	79,42
Иркутская область	0,774	0,794	0,02	2,58	3	3	6,939	8,734	1,80	25,87
Кемеровская область	0,590	0,610	0,02	3,39	1	1	5,551	6,518	0,97	17,42
Новосибирская область	0,692	0,749	0,06	8,26	1	1	3,638	8,377	4,74	130,26
Омская область	0,624	0,686	0,06	9,89	1	2	6,419	11,013	4,59	71,57
Томская область	0,586	0,677	0,09	15,66	1	2	4,537	7,856	3,32	73,15
СФО	0,731	0,833	0,10	13,98	1	4	5,34	15,675	10,34	193,54
Среднее	0,666	0,763	0,10	16,05	1,091	2,455	5,360	11,343	5,98	126,87

По табл. 1 видно, что качество аппроксимации модульных регрессий во всех одиннадцати случаях оказалось выше, чем качество линейных регрессий. Действительно, значения коэффициентов детерминации для всех модульных регрессий оказались больше. Средний абсолютный прирост коэффициентов детерминации составил примерно 0,1. Самый маленький относительный прирост (2,58 %) наблюдается для Иркутской области, а самый большой (51,92 %) – для Республики Алтай. В среднем относительный прирост составил 16,05 %. Для использованных статистических данных с индексными показателями это весьма неплохой результат.

По показателям T_1 и T_2 модульные регрессии также ни разу не проиграли. Среднее число значимых регрессоров в модульных регрессиях оказалось 2,455 из 4, что на 125 % больше среднего числа в линейных регрессиях. Максимальное улучшение по показателям T_1 и T_2 наблюдается в данных по Сибирскому федеральному округу – получена модульная регрессия (2), в которой все регрессоры значимы по t-критерию.

По показателям Q_1 и Q_2 вновь одержали победу абсолютно все модульные регрессии. Причём средний относительный прирост по этим показателям составил 126,87 %, т. е. в модульных регрессиях наблюдаемые значения t-критериев Стьюдента МНК-оценок по абсолютной величине возросли примерно в 2,12 раз.

Поскольку единственной модульной регрессией со всеми значимыми по t-критерию Стьюдента коэффициентами оказалась модель (2) для Сибирского федерального округа, то было принято решение её интерпретировать. Для этого она была представлена в виде кусочно-заданной функции:

$$\tilde{y} = \begin{cases} 40,219 + 0,415x_1 + 0,24x_2 - 0,431x_3 + 0,388x_4, & \text{при } x_1 \geq 110,718, x_3 \geq 109,018, x_4 \geq 105,418, \\ 122,023 + 0,415x_1 + 0,24x_2 - 0,431x_3 - 0,388x_4, & \text{при } x_1 \geq 110,718, x_3 \geq 109,018, x_4 < 105,418, \\ -53,755 + 0,415x_1 + 0,24x_2 + 0,431x_3 + 0,388x_4, & \text{при } x_1 \geq 110,718, x_3 < 109,018, x_4 \geq 105,418, \\ 28,05 + 0,415x_1 + 0,24x_2 + 0,431x_3 - 0,388x_4, & \text{при } x_1 \geq 110,718, x_3 < 109,018, x_4 < 105,418, \\ 132,115 - 0,415x_1 + 0,24x_2 - 0,431x_3 + 0,388x_4, & \text{при } x_1 < 110,718, x_3 \geq 109,018, x_4 \geq 105,418, \\ 213,919 - 0,415x_1 + 0,24x_2 - 0,431x_3 - 0,388x_4, & \text{при } x_1 < 110,718, x_3 \geq 109,018, x_4 < 105,418, \\ 38,141 - 0,415x_1 + 0,24x_2 + 0,431x_3 + 0,388x_4, & \text{при } x_1 < 110,718, x_3 < 109,018, x_4 \geq 105,418, \\ 119,945 - 0,415x_1 + 0,24x_2 + 0,431x_3 - 0,388x_4, & \text{при } x_1 < 110,718, x_3 < 109,018, x_4 < 105,418. \end{cases}$$

Тогда справедлива следующая интерпретация.

Если индекс цен производителей на строительную продукцию x_1 превосходит 110,718 %, то с ростом x_1 на 1 % ИПЦ возрастает в среднем на 0,415 %. Если же x_1 меньше 110,718 %, то с ростом x_1 на 1 % ИПЦ убывает примерно на 0,415 %.

С ростом индекса цен производителей сельскохозяйственной продукции x_2 на 1 % ИПЦ всегда только возрастает в среднем на 0,24 %.

Если индекс цен приобретения промышленных товаров и услуг x_3 превосходит 109,018 %, то с ростом x_3 на 1 % ИПЦ убывает в среднем на 0,431 %. Если же x_3 меньше 109,018 %, то с ростом x_3 на 1 % ИПЦ возрастает примерно на 0,431 %.

Если индекс тарифов на грузовые перевозки x_4 превосходит 105,418 %, то с ростом x_4 на 1 % ИПЦ возрастает в среднем на 0,388 %. Если же x_4 меньше 105,418 %, то с ростом x_4 на 1 % ИПЦ убывает примерно на 0,388 %.

Заключение.

1. В результате проведённого статистического моделирования ни одна модульная регрессия ни по одному из рассмотренных критериев не оказалась хуже соответствующей линейной регрессии. Причём по величине коэффициента детерминации модульные регрессии превзошли линейные модели примерно на 16 %, по числу значимых по t-критерию Стьюдента регрессоров – на 125 %, а по сумме модулей наблюдаемых значений t-критерия Стьюдента – на 111,62 %.

2. Модульные регрессии отлично подходят для моделирования по индексным переменным, содержащим, например, значения относительных приростов каких-либо величин. Помимо того что такие модели будут всегда не хуже линейных регрессий по качеству аппроксимации, их можно ещё и интерпретировать, что продемонстрировано в данной работе на примере интерпретации модели (2).

3. Построенные в работе модульные регрессии не решают всех проблем прогнозирования ИПЦ в Сибирском федеральном округе, поскольку не учитывают многие другие влияющие на цены факторы. Однако проведённые в работе эксперименты подтверждают, что применение предложенных модульных конструкций в существующих на сегодняшний день модельных спецификациях может сделать их гораздо более точными.

ЛИТЕРАТУРА

1. Крянев, А. Метрический анализ и обработка данных / А. В. Крянев, Г. В. Лукин, Д. К. Удунян. – М.: Физматлит, 2012. – 308 с.
2. Косарев, Е. Методы обработки экспериментальных данных / Е. Косарев. – М.: Физматлит, 2008. – 207 с.
3. Montgomery, D. C. Introduction to linear regression analysis / D. C. Montgomery, E. A. Peck, G. G. Vining. – John Wiley & Sons, 2021.
4. Pardoe, I. Applied regression modeling / I. Pardoe. – John Wiley & Sons, 2020.
5. Кильдишев, Г. С. Анализ временных рядов и прогнозирование / Г. С. Кильдишев, А. А. Френкель. – М.: Ленанд, 2021. – 104 с.
6. Molnar, C. Interpretable machine learning / C. Molnar. – Lulu. com, 2020.
7. Хацкевич, Г. А. Двухфакторные производственные функции с заданной предельной нормой замещения / Г. А. Хацкевич, А. Ф. Проневич, М. В. Чайковский // Экономическая наука сегодня. – 2019. – № 10. – С. 169-181.
8. Базилевский, М. П. Метод построения неэлементарных линейных регрессий на основе аппарата математического программирования / М. П. Базилевский // Проблемы управления. – 2022. – № 4. – С. 3-14.
9. Базилевский, М. П. Отбор информативных операций при построении линейно-неэлементарных регрессионных моделей / М. П. Базилевский // International Journal of Open Information Technologies. – 2021. – Т. 9. – № 5. – С. 30-35.
10. Базилевский, М. П. Оценивание модульных линейных регрессионных моделей с помощью метода наименьших модулей / М. П. Базилевский, А. Б. Ойдопова // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Электротехника, информационные технологии, системы управления. – 2023. – № 45. – С. 130-146.
11. Базилевский, М. П. Программное обеспечение для оценивания модульных линейных регрессий / М. П. Базилевский // Информационные и математические технологии в науке и управлении. – 2023. – № 3 (31). – С. 136-146.

12. Третьяков, Д. В. Помогают ли высокочастотные данные в прогнозировании российской инфляции? / Д. В. Третьяков, Н. Д. Фокин // Вестник Санкт-Петербургского университета. Экономика. – 2021. – Т. 37. – № 2. – С. 318-343.
13. Андреев, А. Прогнозирование инфляции методом комбинирования прогнозов в Банке России / А. Андреев // Банк России. Серия докладов об экономических исследованиях. – 2016. – Т. 14. – С. 2-11.
14. Павлов, Е. Прогнозирование инфляции в России с помощью нейронных сетей / Е. Павлов // Деньги и кредит. – 2020. – Т. 79. – № 1. – С. 57-73.
15. Стырин, К. Прогнозирование инфляции в России методом динамического усреднения моделей / К. Стырин // Деньги и кредит. – 2019. – № 1. – С. 3-18.
16. Полбин, А. В. Прогнозирование инфляции в России с помощью TVP-модели с байесовским сжатием параметров / А. В. Полбин, А. В. Шумилов // Вопросы статистики. – 2023. – Т. 30. – № 4. – С. 22-32.
17. Юревич, М. А. Инфляционные ожидания и инфляция: наукастинг и прогнозирование / М. А. Юревич // Journal of Economic Regulation. – 2021. – Т. 12. – № 2. – С. 22-35.
18. Айвазян, С. А. Прикладная статистика и основы эконометрики / С. А. Айвазян, В. С. Мхитарян. – М.: ЮНИТИ, 1998. – 1005 с.